

光電子増倍管の1光電子信号 強度分布の精密測定

東大宇宙線研:	櫻井駿介、Daniela Hadasch、中嶋大輔、林田将明、 Daniel Mazin、大岡秀行、高橋光成、斎藤隆之
甲南大理工:	山本常夏、猪目祐介、吉井柊
山形大理:	郡司修一、中森健之、門叶冬樹
茨城大理:	片桐秀明、吉田龍生
京大理:	今野裕介、窪秀利、野崎誠也、増田周
埼玉大理:	永吉勤、寺田幸功
東海大理:	櫛田淳子、西嶋恭司
マックスプランク物理:	手嶋政廣、Razmik Mirzoyan
徳島大総科:	折戸玲子

- 1光電子 信号強度分布の測定方法
- 繰り返し推定
- 統計誤差と系統誤差の評価

次世代高エネルギーガンマ線観測所 CTA計画



複数の大口径チェレンコフ望遠鏡を配置し
高エネルギー宇宙を観測する大型国際共同実験

R11920-100-20

CW-HV
supply

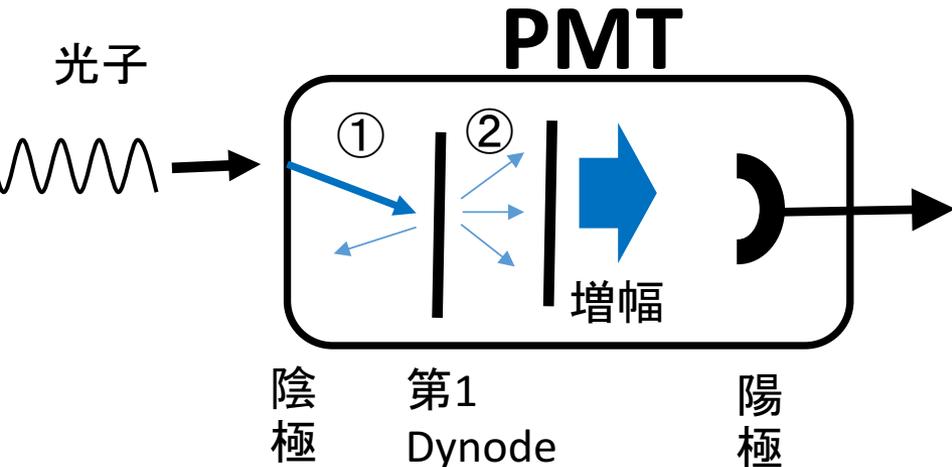
PACTA
preamplifier

23m口径の大型望遠鏡カメラには
4cm光電子増倍管を1855本搭載する

低エネルギーガンマ線を観測するためには
ガンマ線が発する微弱な光の高精度測定が必要
検出された信号強度から正確な光量を求めるには
キャリブレーションが重要



PMTによる光子検出原理



- ① 陰極に到達した光子は、30~40%の確率（量子効率）で光電子に変換され、その光電子が第1Dynodeに到達する。この時、**第1Dynodeに到達する光電子の数はポアソン分布に従う。**
- ② 第1Dynodeに到達した光電子は、電場で加速されているので、2次電子を生じるが、一部は**跳ね返される。**

光電子による信号分布

これまでの解析では、信号分布に分布関数を仮定しフィットしてた。また **第1Dynodeで跳ね返された成分をノイズ**と考えていた。

モデルを仮定せずに1光電子による信号分布を実験的に求める方法を開発した。

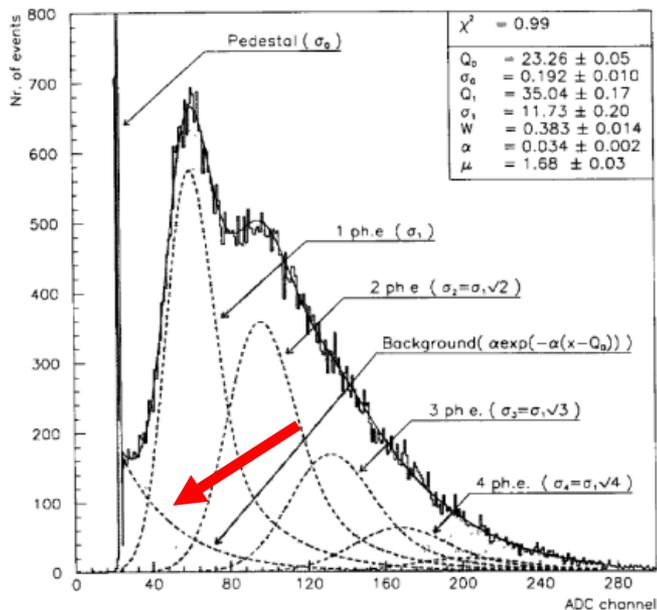
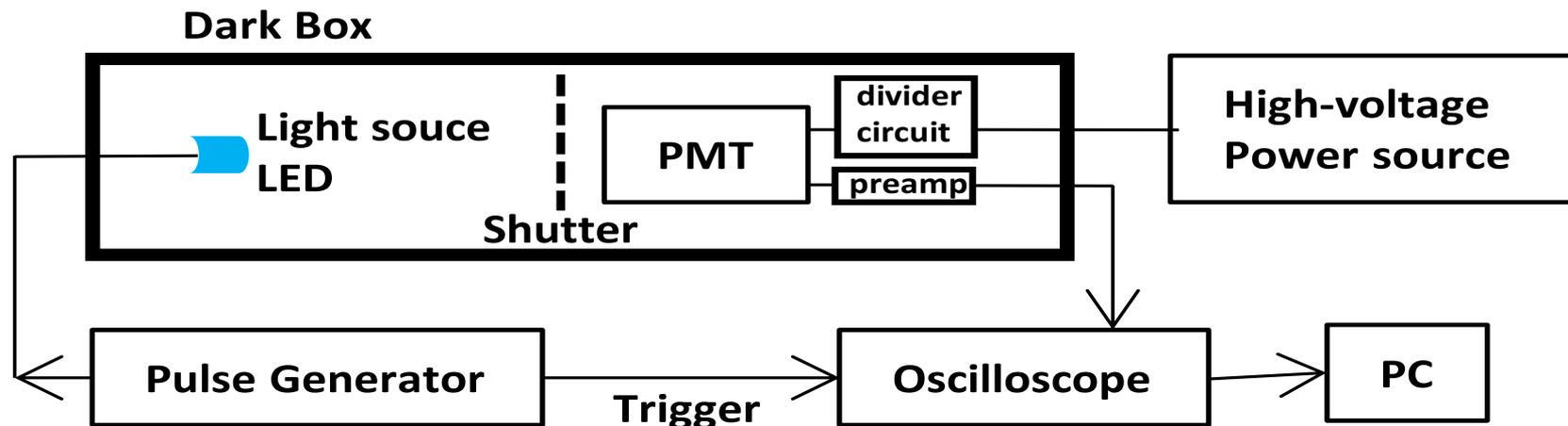
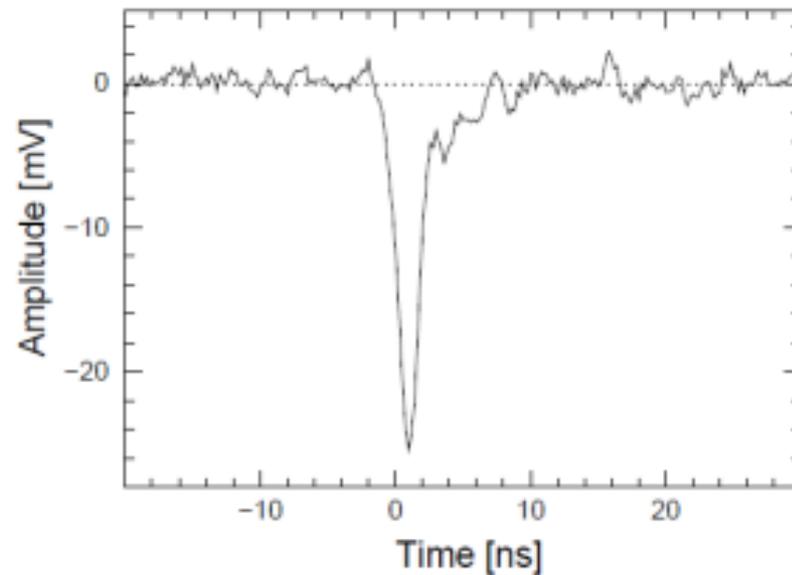


Fig. 2. Typical deconvoluted LED spectrum (EMI-9814B photomultiplier).

1光電子測定概略

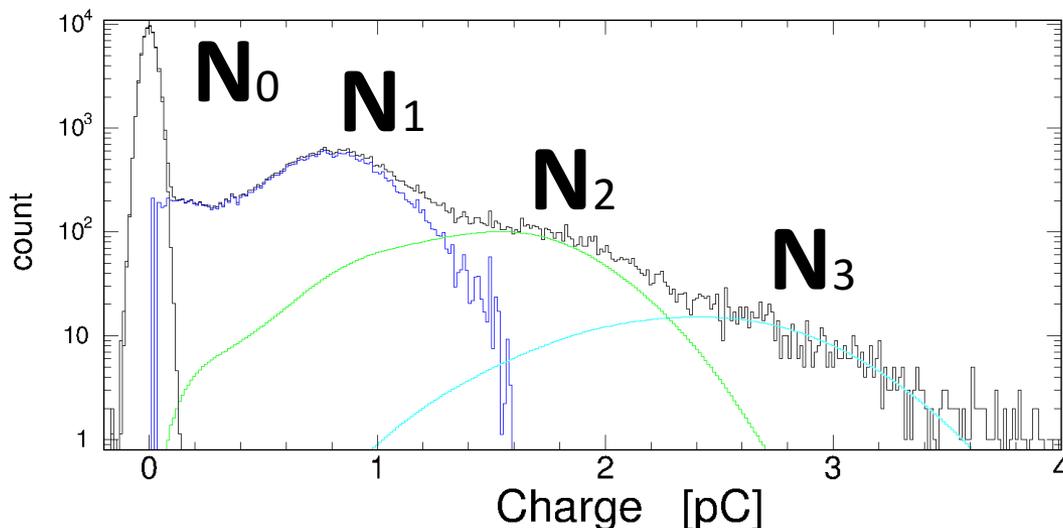


暗箱の中で光源を短時間弱く光らせ、PMTに照射する。
光源が光ると同期してPMTからの出力信号を記録する。
PMTの前にシャッターを置いて、PMTに照射したときとしなかった時のデータを取得している。



1光電子信号例

1光電子信号強度の算出① 解析的計算



全 event数 N_{all} 、 k 光電子によるevent数を N_k 、平均光電子数を $\langle k \rangle$ とすると、 N_k はポアソン分布になるので

$$N_k = N_{all} \frac{\langle k \rangle^k}{k!} e^{-\langle k \rangle}$$

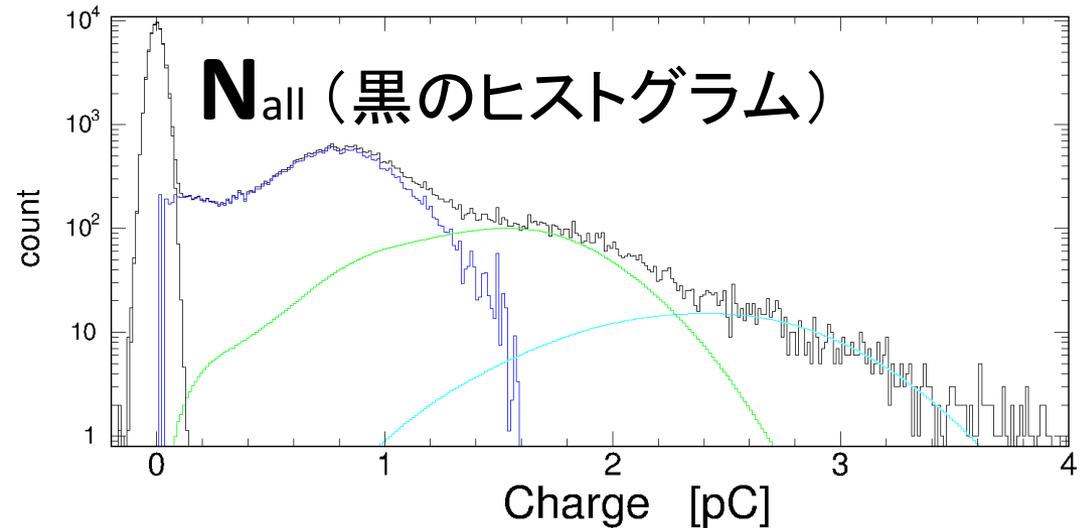
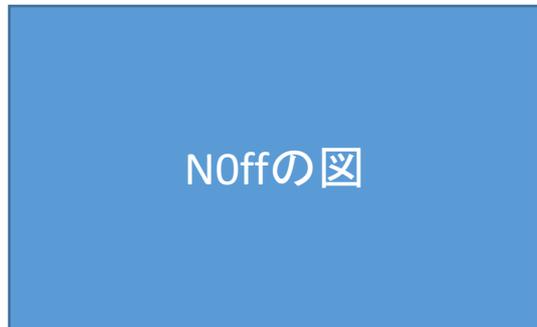
$k=0$ のときを考えると $\langle k \rangle = \ln \frac{N_{all}}{N_0}$ になる。即ち N_{all} と N_0 から $\langle k \rangle$ とすべての k 光電子によるevent数 N_k が一意的に求まる。1光電子の信号強度の平均値 $\langle Q_1 \rangle$ は全eventの信号強度平均 $\langle Q_{all} \rangle$ から

$$\langle Q_1 \rangle = \frac{\langle Q_{all} \rangle}{\langle k \rangle}$$

つまり、 N_0 が推定できれば、1光電子の信号強度が求まり、PMTの増幅率が自動的に求まる。

N₀の推定

N₀の推定には光をシャッターで遮って測定したデータN_{off}を用いる。

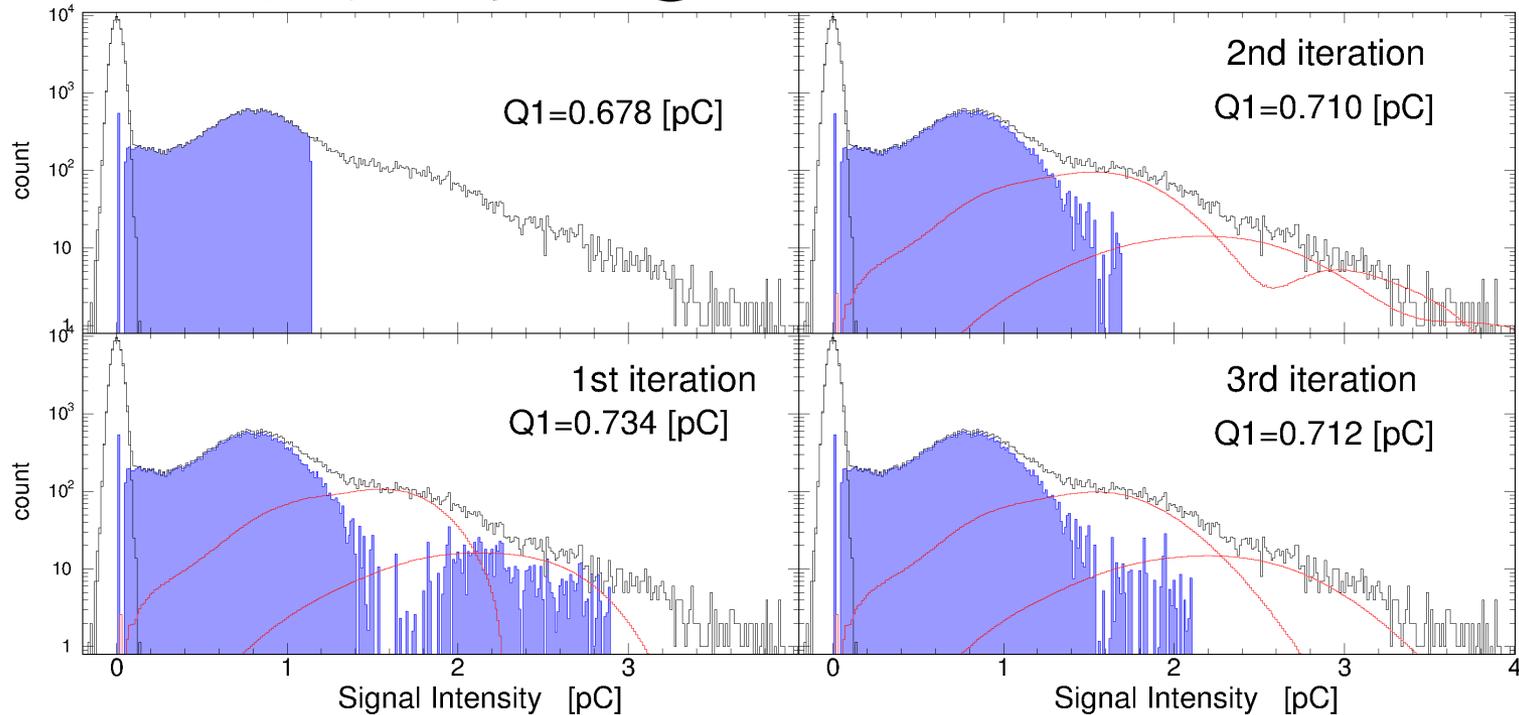


Charge ≥ 0 の部分には1光電子からの寄与があると考え、Charge < 0 の部分を積分した比を用いてN_{off}のスケージングを行う。

$$N_0 = N_{\text{off}} \frac{\int_{-\infty}^0 n_{\text{all}}}{\int_{-\infty}^0 n_{\text{off}}}$$

1光電子信号強度の算出②

繰り返し推定法



① N_0 の分布を推定し、
それから N_1 の分布推定

② N_1 の分布を重ね合わせ
 $N_2, N_3 \dots$ の分布を推定

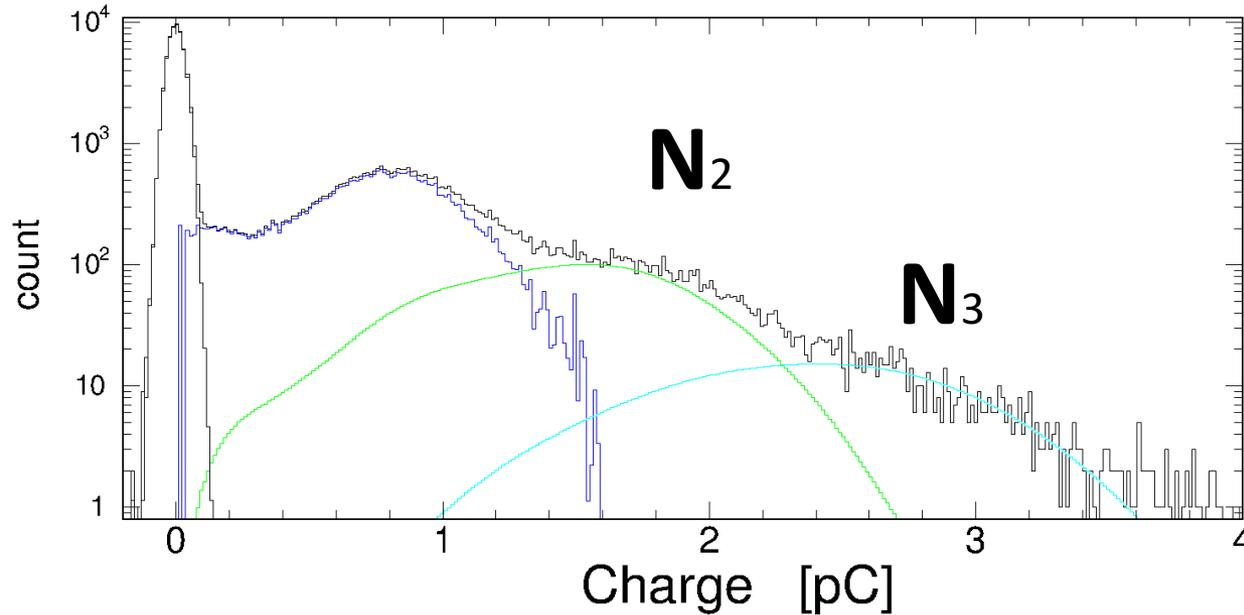
③ $N_0, N_2, N_3 \dots$ の分布
から N_1 の分布を推定

収束するまで
繰り返す

N_0 さえ推定できれば、分布関数などの仮定なしに1光電子分布が求まる。フリーパラメータがないので、4回程度の繰り返しで収束する。

繰り返し法でも、解析的計算でも、1光電子による信号の平均値は0.712 pCと一致

N_2, N_3, \dots の推定



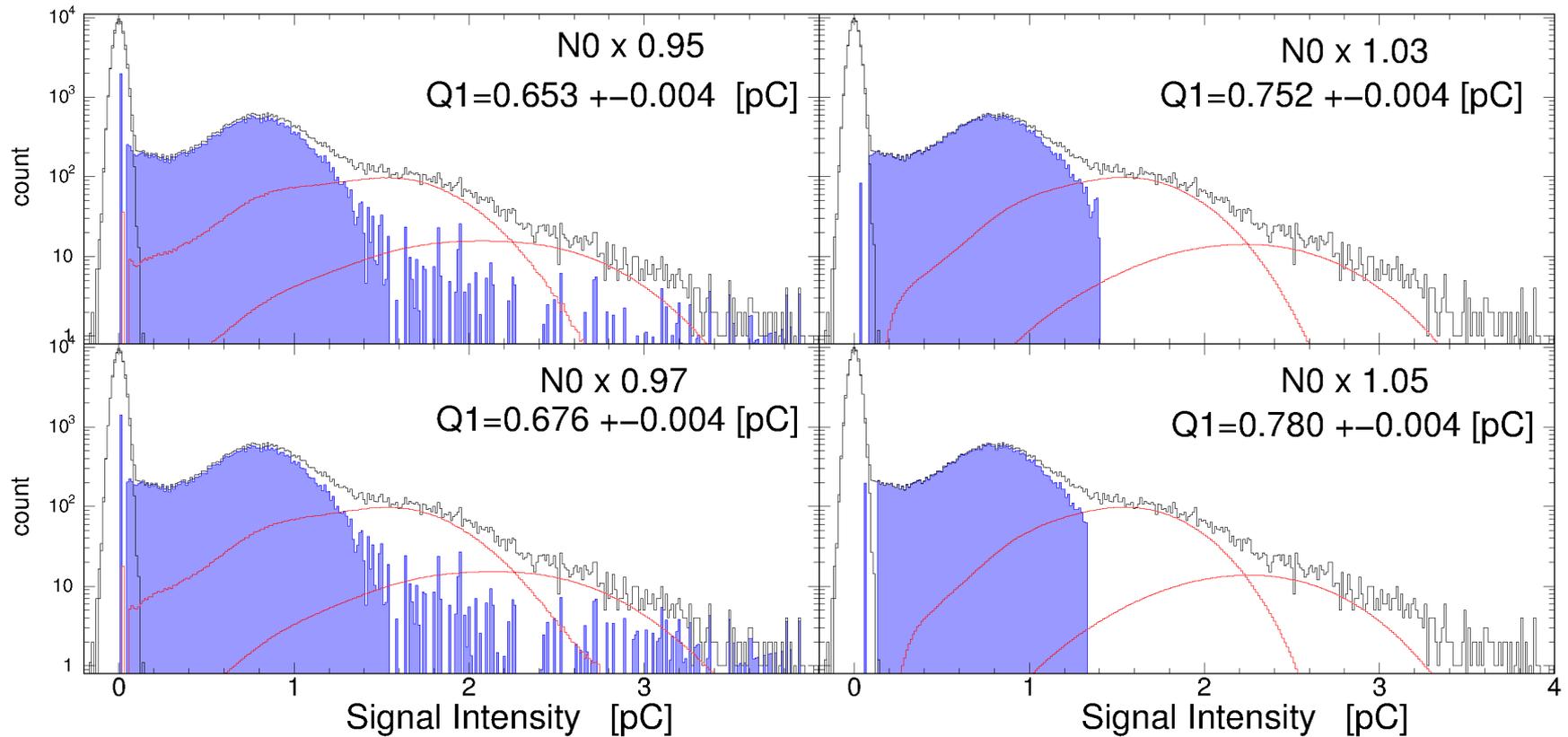
推定した1光電子分布 N_1 から2光電子以上の分布を確率的に推測する

$$n_2(i) = \frac{1}{2! N_0} \sum_{j=-\infty}^{\infty} n_1(j) n_1(i-j)$$

$$n_3(i) = \frac{1}{3! N_0^2} \sum_{j=-\infty}^{\infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} n_1(k) n_1(j) n_1(i-j-k)$$

統計誤差と系統誤差

- この解析方法だと、 N_0 さえ推定できれば、1光電子信号強度の平均もその分布も一意的に求めることができる。
- 信号強度の平均は解析的な計算でも繰り返し法により分布を求めても推定できる。
- 計算が単純なので統計誤差も計算から求めることができる。



統計誤差は主に N_0 の推定から生じる。 N_0 の推定を $\pm 5\%$ の範囲で変えると上図になる。この測定例では $\langle Q_1 \rangle$ の系統誤差は6%程度になる。

統計誤差の計算

1光電子の平均電荷は以下の式で推定される。

$$\langle Q_1 \rangle = \frac{\langle Q_{all} \rangle}{\langle k \rangle}$$

ここで $\langle k \rangle$ を以下のように推定する。

$$\langle k \rangle = \ln N_{all} - \ln N_0$$

$$= \ln N_{all} - \ln N_{off} - \ln \sum_{-\infty}^{-1} n_{all} + \ln \sum_{-\infty}^{-1} n_{off}$$

$$\sum_{-\infty}^{-1} n_{off} \sim \frac{N_{off}}{2} \text{より}$$

$$\langle k \rangle = \ln \frac{N_{all}}{2} - \ln \sum_{-\infty}^{-1} n_{all}$$

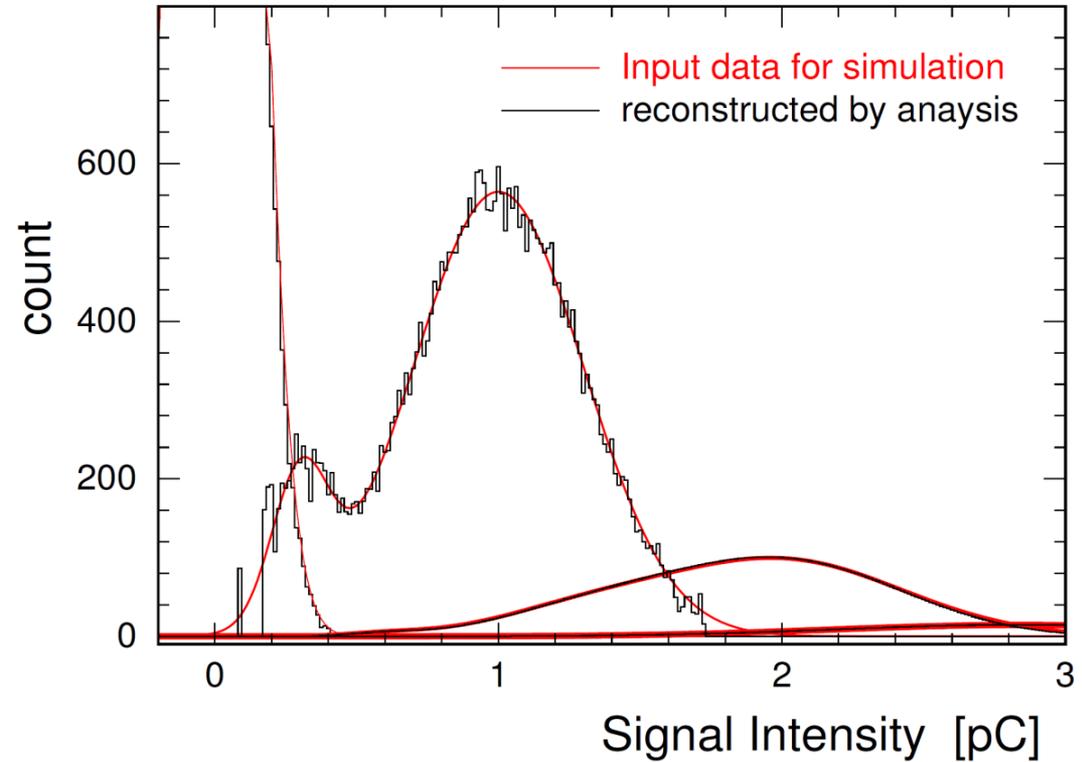
つまり $\langle Q_1 \rangle$ は以下の式で推定される。

$$\langle Q_1 \rangle = \frac{\sum q * n_{all}}{\ln \frac{N_{all}}{2} - \ln \sum_{-\infty}^{-1} n_{all}}$$

各binのエントリ n_{all} の誤差がポアソン分布に従うと仮定すると解析的に統計誤差が計算できる。

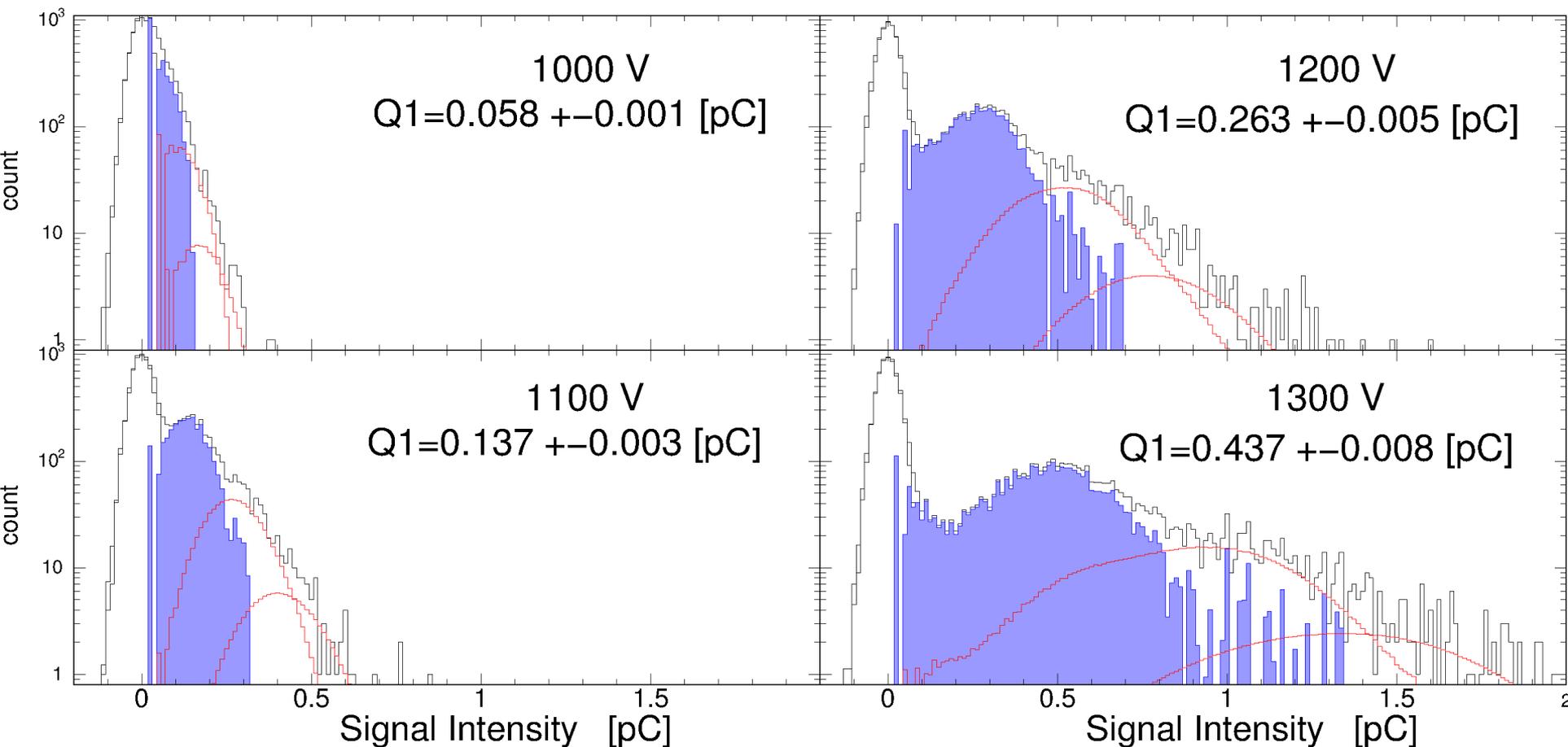
MCによる解析法の評価

1. 電気ノイズ、反跳成分、1光電子成分の分布を仮定
2. k光電子数の合計イベント数がポアソン分布に従うと仮定し、MCで分布を生成
3. 生成された分布に対して繰り返し法を適用し、分布の再現性を確認



結果、仮定した通りの分布が求められた。
解析法による計算、繰り返し法による推定が一致し、Toy MCでも正しい分布が求められることが確認できた。

PMTの増幅率が低いときの1光電子信号強度分布の推定



目では1光電子分布が分離できなくても、
繰り返し法により1光電子分布を推定することができる。

まとめ:

- 0光電子の分布から1光電子の信号強度分布を求める方法を開発した。
- N_0 さえ推定できれば、単純な計算から1光電子の信号強度の分布も平均も求めることができる。
- 解析的な計算と繰り返し法による推定の2通りの方法を行ったが、結果が一致することが確認できた。
Toy MCを使った確認もできている。
- フリーパラメータがなく単純な解析であるため、統計誤差も計算から求まり、解析も安定している。
- PMTの増幅率が小さく、1光電子分布がノイズから分離できない時でも、有効な推定方法である。
- この結果は論文として出版予定。